斐波那契数列比较递归与循环

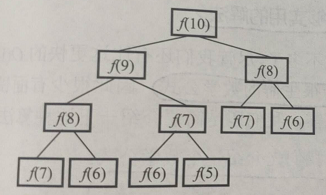
# 斐波那契数列Fibonacci

## 递归算法

\* 利用递归算法计算斐波那契序列

\* 递归算法存在重复计算：如**计算F(9)=F(8)+F(7)**; **F(8)=F(7)+F(6)**;

\* 计算F(9)和F(8) 内部都要计算F(7)，存在重复计算，利用树形图表示：



public int **Fibonacci**(int n){

if(n <= 0) return 0;

if(n == 1) return 1;

return **Fibonacci(n-1)+Fibonacci(n-2)**;

}

优点：代码简洁；

缺点：存在重复计算，效率较低。

## 循环算法（应用比较广泛）

\* 循环算法： 保存上次计算结果，不断更新前两个值，用于计算后面的值。

public int **Fibonacci**(int n){

if(n<=0) return 0;

if(n==1) return 1;

int first = 0,second = 1;

while(n-- >= 2){

**int third = first + second;**

first = second;

second = third;

}

return second;

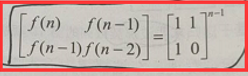
}

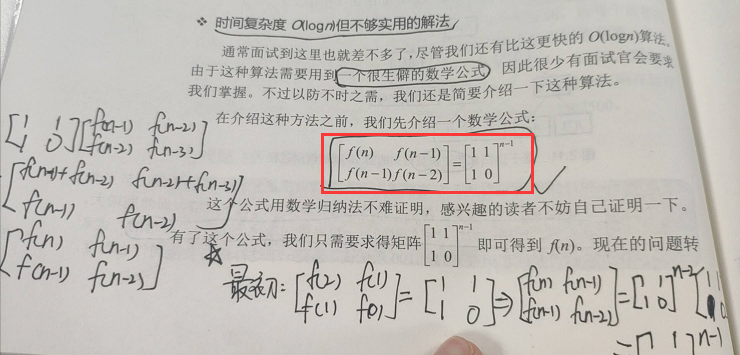
## 利用矩阵实现(应用比较少,编程比较难)

/\*\*

\* 算法3：利用矩阵实现

\*/





**f(n) f(n-1)**

**\***

**=**

f(n) f(n-1)

f(n-1) f(n-2)

1 1

1 0

f(n-1) f(n-2)

f(n-2) f(n-3)

**f(n-1) f(n-2)**

**当n=2时；**

1 1

1 0

f(2) f(1)

f(1) f(0)

**相等；只需要**

f(n) f(n-1)

f(n-1) f(n-2)

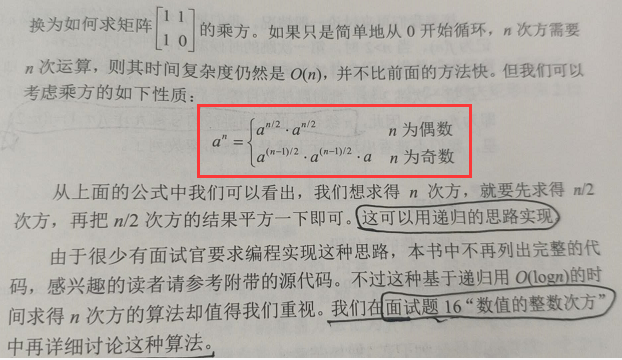
**n-1**

1 1

1 0

**=**

利用**幂的指数可加性**，如an=(an/2)2;最终的时间复杂度为O(log2n)



# 跳台阶问题

## 题目描述

一只青蛙一次可以跳上1级台阶，也可以跳上2级。求该青蛙跳上一个n级的台阶总共有多少种跳法（先后次序不同算不同的结果）。

## 思路分析

\* 思路分析：跳n级台阶，分成两种情况，第一次跳1台阶后跳n-1台阶和第一次跳2台阶后跳n-2台阶，

\* **即正好满足斐波那契数列f(n)=f(n-1)+f(n-2)。**

## Java代码

/\*\*

\* 题目描述

\* 一只青蛙一次可以跳上1级台阶，也可以跳上2级。求该青蛙跳上一个n级的台阶总共有多少种跳法（先后次序不同算不同的结果）。

\*/

/\*\*

\* 递归方法

\*/

public int JumpFloor2(int n) {

if(n<=0) return 0;

if(n==1||n==2) return n;

**return JumpFloor(n-1)+JumpFloor(n-2);**

}

/\*\*

\* 非递归方法

\*

\*/

public int JumpFloor(int n){

if(n<=0) return 0;

if(n == 1) return 1;

int first = 0,second = 1;

while(n-- > 0){

int third = first + second;

first = second;

second = third;

}

return second;

}

# 变态跳台阶问题

## 题目描述

一只青蛙一次可以跳上1级台阶，也可以跳上2级……它也可以跳上n级。求该青蛙跳上一个n级的台阶总共有多少种跳法。

## 规律总结

\* 台阶树：n

\* 若n=1，则返回f(1)=1；{[1]}

\* 若n=2，则返回f(2)=f(1)+1=2；{[1,f(1)],[2]}

\* 若n=3，则返回f(3)=f(2)+f(1)+1=4；{[1,f(2)],[2,f(1)],[3]}

\* 若n，则返回2^(N-1);{[1,f(n-1)],[2,f(n-2)],...,[n-1,f(1)],[n]}

\* 即**f(n)=f(n-1)+f(n-2)+...+f(1)+1**

**f(n-1)= f(n-2)+...+f(1)+1**

**则f(n)=f(n-1)+f(n-1)=2\*f(n-1)**

\* 由于f(1)=2^(1-1);f(2)=2^(2-1);.....;**数学归纳法**，f(n) = 2^(n-1)。

## Java代码

### 利用公式：f(n) = 2(n-1)

//方法1:直接利用公式

//利用数学归纳方法证明

public int **JumpFloorII**(int n) {

return **(int)Math.pow(2,n-1)**;

}

### 利用2倍关系

/\*\*

\* 递归方法：就是2倍的关系

\*/

public int JumpFloorIIBasedOnFibonacci2(int n) {

if(n <= 0) return 0;

if(n == 1) return 1;

**return 2\*JumpFloorIIBasedOnFibonacci(n-1);**

}

/\*\*

\* 非递归方法：就是2倍的关系

\*/

public int JumpFloorIIBasedOnFibonacci3(int n) {

if(n <= 0) return 0;

if(n == 1) return 1;

int result = 1;

**while(--n>0) result \*= 2;**

return result;

}

### 类比于Fibonacci序列：效率低下，重复计算严重

public int JumpFloorIIBasedOnFibonacci(int n) {

if(n <= 0) return 0;

if(n == 1) return 1;

if(n == 2) return 2;

int result = 0;

**while(--n>=0) result += JumpFloorIIBasedOnFibonacci(n);**

return result + 1;

}